

文章编号: 1000-8055(2006)05-0949-07

预应力作用下弧齿锥齿轮的 动频率计算

李盛鹏, 方宗德

(西北工业大学 机电工程学院, 陕西 西安 710072)

摘 要: 弧齿锥齿轮是航空发动机中的基本元件, 常发生共振破坏。运用自主开发的弧齿锥齿轮设计分析系统建立了包含齿轮完整结构的有限元网格模型, 并导入 ANSYS 软件中进行了考虑工作转速和啮合扭矩引起的预应力影响的弧齿锥齿轮动频率计算, 结果表明工作转速引起的离心力和啮合扭矩对弧齿锥齿轮的振动频率有一定的影响。

关 键 词: 航空、航天推进系统; 弧齿锥齿轮; 动频率; 转速; 啮合扭矩; ANSYS

中图分类号: TH132.421;

文献标识码: A

Dynamic frequency calculation of the spiral bevel gear under prestress

LI Sheng-peng, FANG Zong-de

(School of Mechatronic Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Being an important part in aero-engine, the spiral bevel gears were frequently destroyed from synphony. A modal analysis of the spiral bevel gears under prestress caused by rotating speed and meshing torque was carried out by ANSYS. Dynamic frequencies of the spiral bevel gears with different geometrical parameters were calculated. The finite element models were established using a design and analysis system of spiral bevel gear which had been developed by ourselves. The result shows that rotating speed and meshing torque have certain effect on dynamic frequency.

Key words: aerospace propulsion system; spiral bevel gear; dynamic frequency; rotating speed; meshing torque; ANSYS

弧齿锥齿轮是齿轮传动中最复杂的一种, 不仅可以传递需要的转速和扭矩, 还可以改变传动方向。弧齿锥齿轮是航空发动机中的基本元件, 由于工作环境恶劣, 常产生失效。对其失效机理的研究表明: 齿轮在工作中容易产生振动, 包括轴的扭转振动, 齿轮辐板板面的弯曲行波振动

等^[1~7]。

齿轮通常工作在啮合状态下, 其高速运转时的动频率与静止时的固有频率有一定的差异, 之前大多数的研究只是停留在齿轮的固有频率上, 对动频率的研究很少^[2], 特别是针对啮合扭矩对齿轮振动频率的影响这方面的研究鲜有人涉及。

收稿日期: 2005-08-10; 修订日期: 2005-12-06

基金项目: 国家自然科学基金资助(50475148); 航空科学基金资助(04C53015)

作者简介: 李盛鹏(1981-), 男, 安徽阜阳人, 西北工业大学机电工程学院硕士生, 主要从事弧齿锥齿轮动力学的研究。

因此很有必要研究全面考虑工作转速和啮合扭矩引起的预应力作用下的弧齿锥齿轮的动频率,使所得的动频率更切合齿轮实际工况下的振动频率。

1 结构体振动基本方程

应用有限单元法对结构体的振动频率和振型等动态特性进行分析,必须首先将其离散为具有若干单元和节点的多自由度系统,根据汉密尔顿原理,其有限元动态运动方程为:

$$[M] \{\ddot{\delta}\} + [C] \{\dot{\delta}\} + [K] \{\delta\} = \{R\} \quad (1)$$

式中:

$\{\delta\}$ ——节点的位移列向量;

$[M]$ ——结构体的整体质量阵;

$$[M] = \iiint \rho N^T N dV$$

$[C]$ ——结构体的整体阻尼阵;

$$[C] = \iiint \mu N^T N dV$$

$[K]$ ——结构体的总体刚度阵;

$$[K] = \iiint B^T E B dV$$

$\{R\}$ ——外力向量;

ρ ——质量密度;

N ——形函数矩阵;

μ ——阻尼系数;

B ——应变位移矩阵;

E ——弹性矩阵。

对于结构体的模态分析,在公式(1)中略去阻尼和外力向量,有:

$$[M] \{\ddot{\delta}\} + [K] \{\delta\} = 0 \quad (2)$$

由此得到特征值方程:

$$[K] [\varphi] = [\lambda] [M] [\varphi] \quad (3)$$

式中:

$[\lambda]$ ——特征值组成的对角阵;

$[\varphi]$ ——模态矩阵。

求解方程(3)即可得到结构体的振动频率和振型。

为了分析预应力对结构体振动频率的影响,以下运用大型通用有限元分析软件 ANSYS^[8] 首先对简单结构的悬臂梁进行了考虑预应力影响的振动频率计算,然后在此基础上对不同几何参数的弧齿锥齿轮进行了考虑工作转速和啮合扭矩引起的预应力影响的动频率计算。

2 预应力作用下悬臂梁的振动频率计算

以下分别对工字悬臂梁和圆环面悬臂梁进行了考虑自由端初始位移和初始扭矩引起的预应力影响的振动频率计算,计算结果显示了预应力对结构体振动频率的影响。

2.1 初始位移对悬臂梁振动频率的影响

选取的悬臂梁计算模型截面如图1所示(例1)。

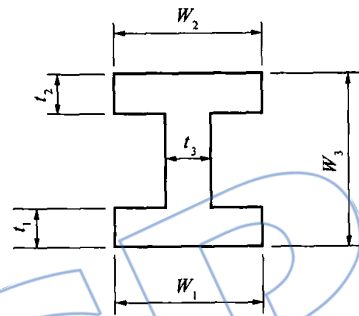


图1 工字悬臂梁截面图

Fig. 1 Section of I shaped cantilever

几何参数为: $W_1 = 0.5 \text{ m}$, $W_2 = 0.5 \text{ m}$, $W_3 = 0.4 \text{ m}$, $t_1 = 0.15 \text{ m}$, $t_2 = 0.15 \text{ m}$, $t_3 = 0.2 \text{ m}$, 长度 $L = 3 \text{ m}$ 。材料属性为: 杨氏模量 $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$, 泊松比 $\mu = 0.3$, 密度 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ 。分别计算了悬臂梁自由端无初始位移、有长度 L 方向初始位移 $U_x = 0.1 \text{ m}$ 和有高度 W_3 方向初始位移 $U_y = 0.1 \text{ m}$ 三种情况下的各五阶振动频率, 计算结果如表1所示(表1和表2中的频率变化率是有预应力时的振动频率相对无预应力时的固有频率的变化率)。

表1的计算结果表明: 自由端的初始位移对悬臂梁的振动频率有较大的影响。自由端有初始位移悬臂梁的前四阶振动频率相对其固有频率都有较大升高, 其中 L 方向的初始位移引起的预应力使在该方向振动的一、二阶伸缩振型的振动频率升高明显, 伸缩振型频率的最大变化率为92%, 弯曲振型频率的最大变化率为140%; 而 W_3 方向的初始位移引起的预应力使在该方向振动的一、二、三阶弯曲振型的振动频率升高明显, 弯曲振型频率的最大变化率为335%, 伸缩振型频率的最大变化率为39%。对于相同振型的振动, 初始位移引起的预应力使低阶振动频率的升

表 1 工字悬臂梁的振动频率及频率变化率

Table 1 Vibration frequencies and relative change rates of I shaped cantilever

振 型	频率值/ Hz			频率变化率/ %	
	无初始位移	$U_x = 0.1\text{ m}$	$U_y = 0.1\text{ m}$	$U_x = 0.1\text{ m}$	$U_y = 0.1\text{ m}$
一阶弯曲	42.934	103.20	186.95	140	335
二阶弯曲	261.65	372.75	422.02	42	61
一阶伸缩	422.02	808.42	587.36	92	39
三阶弯曲	702.55	844.34	1169.5	20	66
二阶伸缩	1267.2	1400.1	1267.2	10	0

高比高阶的更多。

2.2 初始扭矩对悬臂梁振动频率的影响

选取的悬臂梁计算模型几何参数如下: 截面为同心圆环面, 内半径 $R_i = 0.15\text{ m}$, 外半径 $R_o = 0.2\text{ m}$, 长度 $L = 3\text{ m}$, 材料属性同例 1。分别计算了自由端无初始扭矩和有初始扭矩 $M = 200\text{ N} \cdot \text{m}$ 时的各五阶振动频率, 计算结果如表 2 所示。

表 2 环面悬臂梁的振动频率及频率变化率

Table 2 Vibration frequencies and relative change rates of annular section cantilever

振 型	振型频率值/ Hz		频率变化率/ %
	无初始扭矩	$M = 200\text{ N} \cdot \text{m}$	
一阶弯曲	39.551	39.167	-0.97
二阶弯曲	240.21	239.79	-0.17
一阶伸缩	422.02	422.02	0
三阶弯曲	648.36	648.02	-0.05
四阶弯曲	1211.1	1210.8	0.02

表 2 的计算结果表明: 在自由端初始扭矩的作用下悬臂梁振动频率有所降低。自由端初始扭矩对弯曲振型振动频率的影响较明显, 最大变化率为 0.97%; 对伸缩振型的振动频率没有影响; 初始扭矩使悬臂梁低阶弯曲振型的频率降低比高阶弯曲振型的频率降低多, 一阶弯曲振的频率降低了 0.97%, 而四阶弯曲振的频率只降低了 0.02%。

综上所述, 通过对简单结构的悬臂梁在预应力作用下振动频率的计算结果分析表明: 预应力对结构体振动频率有影响。由此引出弧齿锥齿轮在预应力作用下动频率的计算问题。

3 预应力作用下弧齿锥齿轮的动频计算

以下运用大型通用有限元分析软件 ANSYS 计算了不同几何参数的辐板结构弧齿锥齿轮的固有频率及在预应力作用下的动频率, 并对计算结果进行了对比分析。

3.1 直辐板弧齿锥齿轮的动频率计算

直辐板弧齿锥齿轮的几何模型如图 2 所示。

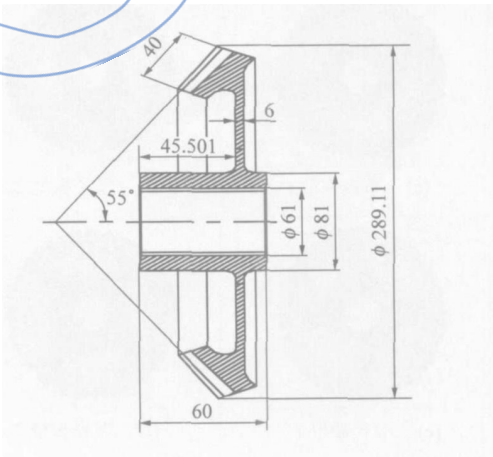


图 2 直辐板弧齿锥齿轮几何模型

Fig.2 Geometrical model of plain web spiral bevel gear

齿轮几何模型数据如下: 大端模数 $m = 5.5\text{ mm}$, 齿数 $z = 52$, 压力角 $\alpha = 20^\circ$, 螺旋角 $\beta = 35^\circ$, 齿宽 $B = 40\text{ mm}$, 辐板厚度 $\delta = 6\text{ mm}$, 分锥角 $\gamma = 55^\circ$, 材料属性同例 1。采用自主开发的弧齿锥齿轮设计分析系统建立弧齿锥齿轮的有限元网格模型, 单元采用 8 节点六面体等参元, 整个齿轮模型共有 53196 个节点, 39728 个单元。运用 ANSYS 软件的 APDL 语言编程将建立的弧齿锥齿

轮模型数据导入 ANSYS 中进行预应力作用下的模态分析,分别计算了其固有频率以及在工作转速 $n=8\,000\text{ r/min}$ 时和在啮合扭矩 $M=770\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的动频率。在 ANSYS 软件中直接对弧齿锥齿轮施加绕其轴线旋转的转速载荷 $n=8\,000\text{ r/min}$,折合为 837.758 rad/s ,等效为离心力载荷的影响;啮合扭矩等效为作用在齿面上沿齿面法向的集中力 $F=6\,000\text{ N}$,将该集中力平均施加在齿轮齿面相邻的 3 个节点上,图 3(a)中的矢量箭头即为所施加的集中力载荷。计算结果如表 3 所示,各阶振型如图 3 所示。图 3(c)和(d)为一节径振型的一对重根,节径的相位相差 90° ,节径相互垂直;图 3(e)和(f)为二节径振型的一对重根,节径的相位相差 45° 。

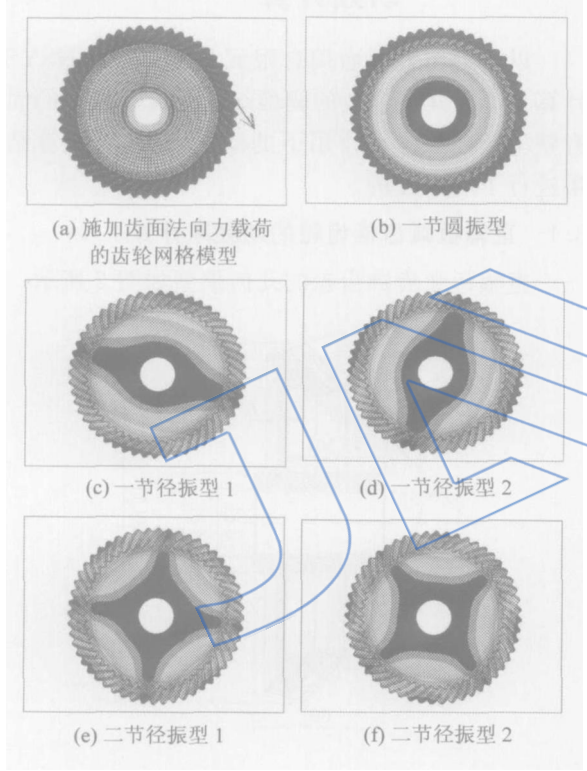


图 3 直辐板弧齿锥齿轮振型图

Fig. 3 Vibration mode diagram of plain web spiral bevel gear

表 3 的计算结果表明:在工作转速和啮合扭矩引起的预应力作用下直辐板弧齿锥齿轮的动频率与固有频率相比有一定的变化。转速引起的离心力对振动频率的影响较大,节径和节圆振型的动频率相对固有频率都有明显的升高。啮合扭矩对振动频率的影响较小,由于加载集中力的影响,使得齿轮的边界条件不再对称,节径型振动的固有频率的重根(如表 3 中的 2 个一节径固有频率

和 2 个二节径固有频率)发生分离,重根值一个减小一个增大,分别得到对应的两阶动频率值。啮合扭矩对节圆振型的振动频率没有影响。

3.2 斜辐板弧齿锥齿轮的动频率计算

斜辐板弧齿锥齿轮的几何模型数据如下:大端模数 $m=5.5\text{ mm}$,齿数 $z=52$,压力角 $\alpha=20^\circ$,螺旋角 $\beta=35^\circ$,齿宽 $B=40\text{ mm}$,辐板厚度 $\delta=6\text{ mm}$,分锥角 $\gamma=55^\circ$,材料属性同例 1。分别计算

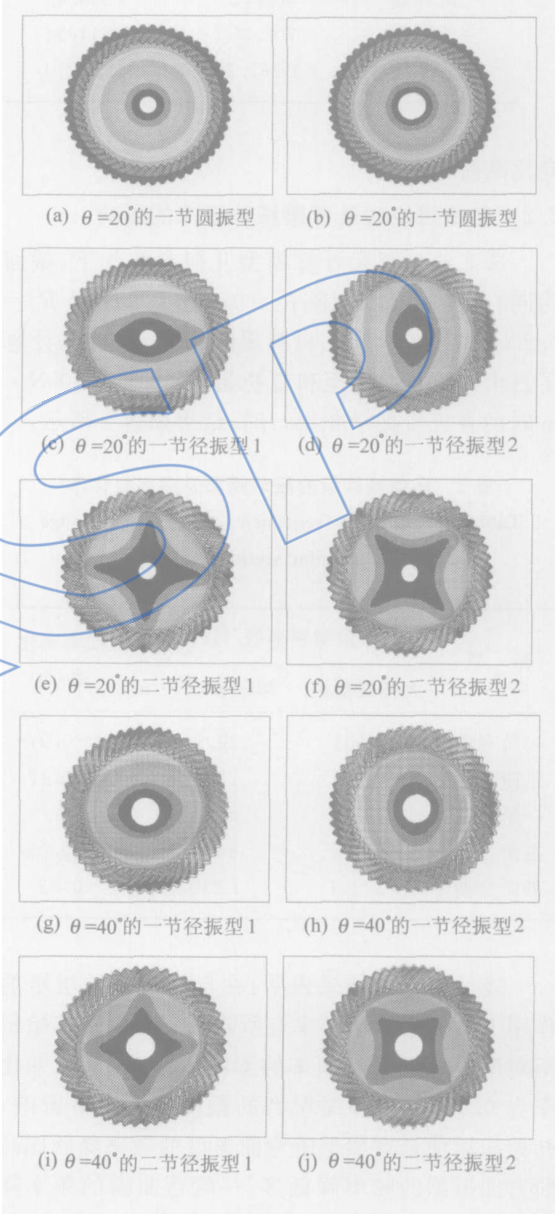


图 4 斜辐板弧齿锥齿轮振型图

Fig. 4 Vibration mode diagram of inclined web spiral bevel gear

了辐板与齿轮轴线的垂直平面之间的夹角为 20° 和 40° 的弧齿锥齿轮的振动频率,工作转速及啮合扭矩的加载与直辐板结构的相同。计算结果如

表 3 直辐板弧齿锥齿轮的振动频率 (单位: Hz)
Table 3 Vibration frequencies of plain web spiral bevel gear (Unit: Hz)

振 型	预 应 力				
	一节径	一节径	一节圆	二节径	二节径
无预应力	352 10	352 10	506 03	871 57	871 57
啮合扭矩 $M=770\text{ N}\cdot\text{m}$	351 67	352 54	506 03	871 34	871 78
工作转速 $n=8\,000\text{ r/min}$	381 55	381 55	518 05	898 64	898 64
$M=770\text{ N}\cdot\text{m}$ $n=8\,000\text{ r/min}$	381 14	381 96	518 05	898 40	898 85

表 4 斜辐板弧齿锥齿轮的振动频率 (单位: Hz)
Table 4 Vibration frequencies of inclined web spiral bevel gear (Unit: Hz)

	预 应 力	振 型				
		一节径	一节径	一节圆	二节径	二节径
$\theta=20^\circ$	无预应力	361 50	361 50	913 80	1 073 4	1 073 4
	啮合扭矩 $M=770\text{ N}\cdot\text{m}$	361 20	361 80	913 80	1 073 2	1 073 6
	工作转速 $n=8\,000\text{ r/min}$	382 26	382 26	923 46	1 100 9	1 100 9
	$M=770\text{ N}\cdot\text{m}$ $n=8\,000\text{ r/min}$	381 97	382 55	923 46	1100 7	1 101 1
$\theta=40^\circ$	无预应力	639 29	639 29	1 230 1	1 400 3	1 400 3
	啮合扭矩 $M=770\text{ N}\cdot\text{m}$	639 17	639 4	1 1230 1	1 400 2	1 400 4
	工作转速 $n=8\,000\text{ r/min}$	648 42	648 42	1 237 3	1 420 6	1 420 6
	$M=770\text{ N}\cdot\text{m}$ $n=8\,000\text{ r/min}$	648 30	648 54	1 237 3	1 420 5	1 420 7

表 5 弧齿锥齿轮动频率相对固有频率的变化率 (单位: %)
Table 5 Frequencies' relative change rates of spiral bevel gear (Unit: %)

	预 应 力	振 型				
		一节径	一节径	一节圆	二节径	二节径
$\theta=0^\circ$ 直辐板	啮合扭矩 $M=770\text{ N}\cdot\text{m}$	- 0 12	0 12	0	- 0 03	0 02
	工作转速 $n=8\,000\text{ r/min}$	8 36	8 36	2 38	3 11	3 11
	$M=770\text{ N}\cdot\text{m}$ $n=8\,000\text{ r/min}$	8 25	8 48	2 38	3 08	3 13
$\theta=20^\circ$ 斜辐板	啮合扭矩 $M=770\text{ N}\cdot\text{m}$	- 0 08	0 08	0	- 0 02	0 02
	工作转速 $n=8\,000\text{ r/min}$	5 74	5 74	1 06	2 56	2 56
	$M=770\text{ N}\cdot\text{m}$ $n=8\,000\text{ r/min}$	5 66	5 82	1 06	2 54	2 58
$\theta=40^\circ$ 斜辐板	啮合扭矩 $M=770\text{ N}\cdot\text{m}$	- 0 02	0 02	0	- 0 01	0 01
	工作转速 $n=8\,000\text{ r/min}$	1 43	1 43	0 59	1 41	1 41
	$M=770\text{ N}\cdot\text{m}$ $n=8\,000\text{ r/min}$	1 41	1 45	0 59	1 40	1 42

表4所示,各阶振型如图4所示。斜辐板结构的弧齿锥齿轮同节径振型的相位关系与直辐板结构的相同。

表4的计算结果表明:工作转速和啮合扭矩引起的预应力对斜辐板弧齿锥齿轮的振动频率也有一定的影响。随着辐板倾斜角 θ 的增大,齿轮的各阶振动频率升高,预应力对振动频率的影响减小。转速引起的离心力和啮合扭矩对同一个斜辐板弧齿锥齿轮振动频率的影响与直辐板结构的相同。

4 计算结果分析

表5分别列出了直辐板和斜辐板结构弧齿锥齿轮的动频率相对于其固有频率的变化率。由表5分析可得:工作转速引起的离心力和啮合扭矩对弧齿锥齿轮的振动频率有一定的影响。

对同一个齿轮,转速引起的离心力使齿轮的动频率相对其固有频率升高;由于加载齿面法向力的影响,使得齿轮的边界条件不再对称,节径型振动的固有频率的重根(如表4中的2个一节径固有频率和2个二节径固有频率)发生分离,重根值一个减小一个增大,分别得到对应的两阶动频率值,这两阶动频率相对固有频率的变化基本相等。啮合扭矩对节圆型振动的振动频率没有影响。转速引起的离心力对振动频率的影响比啮合扭矩大,离心力使动频相对固有频率最大升高了8.36%,而扭矩使其最大只降低了0.12%,在离心力和扭矩的共同作用下得到的动频率相对固有频率只是升高而没有降低。预应力对相同振型的高阶振动频率的影响比对低阶的影响小,对同一个齿轮,离心力使一节径振型的动频相对固有频率最大变化为8.36%,而使二节径振型的动频相对固有频率最大变化只有3.11%;扭矩使一节径振型的动频相对固有频率最大变化为0.12%,而使二节径振型的动频相对固有频率最大变化只有0.03%。

对不同辐板结构的弧齿锥齿轮,预应力对振动频率的影响随着辐板倾斜角的增大而减小, $\theta=0^\circ$ 时动频相对固有频率变化最大,表5所示的3种预应力作用下的动频相对固有频率的最大变化分别为0.12%,8.36%和8.48%; $\theta=40^\circ$ 时动频相对固有频率的变化最小,表5所示的3种预应力作用下的动频相对固有频率的最大变化分别只有0.02%,1.43%和1.45%。

5 结论

通过计算不同辐板结构的弧齿锥齿轮在工作转速和啮合扭矩引起的预应力作用下的动频率并对结果比较分析,可得出以下结论:

(1) 工作转速引起的离心力和啮合扭矩对辐板结构弧齿锥齿轮的振动频率有影响;离心力使齿轮的动频率相对固有频率升高,啮合扭矩使得齿轮的边界条件不再对称,节径型振动的固有频率的重根发生分离,重根值一个减小一个增大,分别得到对应的两阶动频率值,这两阶动频率相对固有频率的变化基本相等。

(2) 工作转速引起的离心力对节径和节圆振型的振动频率都有影响;啮合扭矩只对节径振型的振动频率有影响,对节圆振型的振动频率无影响;离心力对振动频率的影响比啮合扭矩大。

(3) 斜辐板结构的弧齿锥齿轮比直辐板结构的振动频率高,且辐板倾斜角越大振动频率越高;预应力对斜辐板结构的弧齿锥齿轮振动频率的影响比对直辐板结构的小,且辐板倾斜角 θ 越大,预应力对振动频率的影响越小。预应力对节径型的高阶振动频率的影响比对低阶振动频率的小,且频率越高影响越小。

参考文献:

- [1] 郭星辉,鄂中凯,陈良玉,等.弧齿锥齿轮波动共振条件分析[J].航空动力学报,1995,10(1):13-16.
Guo Xinghui, E Zhongkai, Chen Liangyu. Fluctuating resonance analysis of spiral bevel gear[J]. Journal of Aerospace Power, 1995, 10(1): 13-16.
- [2] 邹豪,鄂中凯,陈良玉,等.高速弧齿锥齿轮动频计算[J].东北大学学报(自然科学版),1996,17(5):549-553.
Zou Hao, E Zhongkai, CHEN Liangyu, et al. High speed spiral bevel gears' dynamic frequency calculation[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 1996, 17(5): 549-553.
- [3] 刘更,沈允文,蔺天存,等.具有不同腹板布置的薄轮缘圆柱齿轮的模态实验[J].机械科学与技术,1995,4:89-92.
Liu Geng, Shen Yunwen, Lin Tiancun, et al. Modal experiment on thin rimmed cylindrical gears with different web arrangements[J]. Mechanical Science and Technology, 1995, 4: 89-92.
- [4] 杨宏斌,高建平,邓效忠,等.弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性动力学研究[J].航空动力学报,2004,19(1):54-57.
Yang Hongbin, Gao Jianping, Deng Xiaozhong, et al. Nonlinear dynamics of spiral bevel gears and hypoid gear drives[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(1): 54-57.
- [5] 慕耀光,陈如恒,韩维法.双圆弧齿锥齿轮的固有频率与振

型分析[J]. 机械传动, 1996, 20(2): 19-22.

Qi Yaoguang, Chen Ruheng, Han Weifa. Natural frequency and vibration mode of double circular arc helical gear[J]. Journal of Mechanical Transmission, 1996, 20(2): 19-22.

[6] 刘辉, 吴昌林, 杨叔子. 基于有限元法的斜齿轮体模态计算与分析[J]. 华中理工大学学报, 1998, 26(11): 75-77.

Liu Hui, Wu Changlin, Yang Shuzi. Calculation and analysis of a mode for helical gear based on FEM[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1998, 26(11): 75-77.

[7] 唐增宝, 钟毅芳. 齿轮传动的振动分析与动态优化设计[M]. 湖北 武汉: 华中理工大学出版社, 1994.

[8] 叶先磊, 史亚杰. ANSYS 工程分析软件应用实例[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.

